

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GORJ

OLIMPIADA DE MATEMATICA

ETAPA LOCALA

11 FEBRUARIE 2012

CLASA A XI A MATE-INFO

1. Fie $\lambda \in (0,1)$ si sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit $x_0 = \lambda$, $x_{n+1} = x_n - x_n^2$. Aratati ca:
 - a) $(x_n)_{n \geq 0}$ este convergent si $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
 - b) Sirul $(y_n)_{n \geq 0}$ cu $y_n = \frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n-1}}$ este convergent si sa i se determine limita.
 - c) $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = 1$

2. Fie sirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit $x_n = \sqrt{a^2n^2 + 3n^2 + 1} - \sqrt{bn^2 + 1}$
 - a) Sa se determine a,b astfel incat $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$
 - b) Pentru a si b determinate anterior sa se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n)^n$

3. Fie $A \in M_2(\mathbb{R})$ si $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Stiind ca $A^5 = B$ aratati ca $AB=BA$, iar apoi calculati A^n , cu $n \geq 1$

4. Fie $A \in M_2(\mathbb{R})$ astfel incat $A^3 = I_2$ si $A \neq I_2$
 - a) Daca $m, p \in \mathbb{R}$ astfel incat $mA + pI_2 = O_2$, rezulta $m+p=0$
 - b) Sa se arate ca $A^2 + A + I_2 = O_2$

TIMP DE LUCRU 3 ORE. FIECARE SUBIECT SE PUNCTEAZA CU 7 PUNCTE

